Автономная некоммерческая профессиональная образовательная организация
«МЕЖДУНАРОДНЫЙ ВОСТОЧНО-ЕВРОПЕЙСКИЙ КОЛЛЕДЖ»
Пушкинская ул., д. 268, 426008, г. Ижевск. Тел.: (3412) 77-68-24. E-mail: mveu@mveu.ru, www. mveu.ru
ИНН 1831200089. ОГРН 1201800020641

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат:
01A879D600D9AF499849437C15CA3967FA
Владелец: Новикова Варвара Валентиновна
Действителен: с 03.04.2023 до 03.07.2024

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по организации и методическому сопровождению самостоятельной работы студентов

при изучении учебной дисциплины
ЕН.01 Элементы высшей математики

для специальности
09.02.07 Информационные системы и программирование

Ижевск 2023

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПО ПЛАНИРОВАНИЮ И ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

1.1. Методические рекомендации по организации и методическому сопровождению самостоятельной работы обучающихся СПО разработаны согласно Федеральному закону Российской Федерации от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ "Об образовании в Российской Федерации"; Федеральному государственному образовательному стандарту среднего профессионального образования (по специальности); Приказу Минпросвещения России от 24.08.2022 N 762 (ред. от 20.12.2022) "Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам среднего профессионального образования", Положения об организации самостоятельной работы студентов, Методических рекомендаций по организации и методическому сопровождению самостоятельной работы студентов СПО.

2. ВИДЫ И ФОРМЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

2.1. Учебной дисциплиной Элементы высшей математики предусмотрен следующий объем самостоятельной работы обучающихся:

Вид самостоятельной работы студентов	Объем часов (очно)
Внеаудиторная самостоятельная работа	10

2.2. Формы самостоятельной работы студентов по учебным темам:

Тема 2. Теория пределов, кол-во час.1

1. Работа с литературой.
2. Подготовка исторических справок о математиках: О. Коши, А. Гейне, К. Вейерштрасс, Г.Риман, Г.Лейбниц и др.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной, кол-во час.1

Решение задач.

1. Найти значение производной $y'(x)$ в точке $x=1$:

1. $y=\frac{3x-3}{2x^4+2x}$; 2. $y=\sqrt[6]{x^7}-\frac{10}{\sqrt{3x-2}}$; 3. $y=6^x\cdot\ln(4)^{-2}$.

2. Найдите значение производной $y'(x)$ в точке $x=x_0$:

1. $y=\sqrt{3e^x+e^{-x^4}}$; $x_0=0$; 2. $y=\sqrt{2}-8\sin^6 x$, $x_0=\frac{\pi}{4}$; 3. $y=\sqrt{2}\cos x-8\sin^3 x$, $x_0=\frac{\pi}{4}$.

3. Найти производные функций указанных порядков:

1. $y=6x^5+8x^2-3x+1$, $y'''-?$; 2. $y=\cos 3x$, $y'''-?$;

3. $y=e^{2x}$, $y''-?$; 4. $y=\frac{5-x^3}{2x^2}$, $y''-?$.

4. Найти пределы функции, используя правило Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-3x^2+2}{x^3-4x^2+3}$; 2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{\sin x}$; 3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln x}{ctg2x}$

5. Построить графики функций:

1. $y=\frac{8x}{(x-2)^2}$; 2. $y=(x-1)\cdot e^{3x+1}$; 3. $y=\frac{x^3}{3(x^2-3)}$.

Тема 4. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной, кол-во час.2

Решение задач.

1. Вычислить интегралы:

1. $\int\left(\frac{8}{1+x^2}+3\cos x\right)dx$; 2. $\int\frac{4}{\cos^2 5x}dx$; 3. $\int x\ln\frac{1+x}{1-x}dx$.

4. $\int\frac{5}{\cos^4 x+\sin^4 x}dx$; 5. $\int\frac{x^3+9x^2+21x+21}{(x+3)^2(x^2+3)}dx$; 6. $\int\frac{x^3}{x^2-1}dx$.

7. $\int(2x^2+x)\ln x dx$; 8. $\int\frac{7x-5}{x^3+x^2-6x}dx$; 9. $\int\frac{arctg\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных, кол-во час.1

Решение задач.

1. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z=f(x,y)$.

1. $z=xy-x^2-2y^2+x+10y-8$; 2. $z=3xy+3x^2+y^2-6x-2y+1$.

Тема 6. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных, кол-во час.1

Решение задач.

1. Вычислить интегралы:

1. $\iint(3xy+4x^2y^3-2x)dxdy$; 2. $\iint\left(\frac{4x}{y}+5x^6y-2y\right)dxdy$; 3. $\iint\left(\frac{y}{3x}+\ln xy\right)dxdy$.

Тема 7. Теория рядов, кол-во час.1

Решение задач.

1. Выразить определенный интеграл $\int_0^1\frac{\sin x}{\sqrt[3]{x}}dx$ в виде сходящегося ряда, используя ряд Маклорена для подынтегральной функции. Найти приближенное значение интеграла с точностью до 10^{-3}.

2. Разложить функцию $f(x)=x^4$ по степеням $(x-1)$ в ряд Тейлора.

Тема 9.Матрицы и определители, кол-во час.1

Решение задач.

1. Найти произведения матриц:

1. $\begin{pmatrix}-1 & 2 & 2 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\-3\\1\end{pmatrix}$;
2. $\begin{pmatrix}3 & 1 & 2\\2 & 3 & 1\\-1 & 0 & -2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 1 & -2\\2 & 0 & -3\\3 & 4 & 5\end{pmatrix}$.

2. Даны многочлен f(x) и матрица A. Требуется найти значение матричного многочлена $f(A)$.

1. $f(x)=-x^2+5x+3$, $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\0 & 2 & 3\\2 & -3 & 1\end{pmatrix}$;
2. $f(x)=-2x^2+4x+7$, $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\3 & 0 & -1\\-1 & 5 & 2\end{pmatrix}$.

3. Вычислить определители:

1. $\begin{vmatrix}-4 & 1 & -3\\2 & -1 & 1\\3 & 2 & 0\end{vmatrix}$;
2. $\begin{vmatrix}1 & -1 & 1 & -3\\2 & 0 & 3 & 4\\3 & 1 & -2 & 0\\4 & -2 & 2 & -1\end{vmatrix}$.

4. Найти обратную матрицу для матрицы $A=\begin{pmatrix}-6 & 1 & 11\\9 & 2 & 5\\0 & 3 & 7\end{pmatrix}$.

5. Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix}1 & 3 & 5 & -1\\2 & -1 & -3 & 4\\5 & 1 & -1 & 7\\7 & 7 & 9 & 1\end{pmatrix}$.

Тема 10. Системы линейных уравнений, кол-во час.1

Решение задач.

Решить системы линейных уравнений.

1. $\begin{cases}2x-y+z=-4\\x+2y-z=11\\2x-3y+2z=-2\end{cases}$;
2. $\begin{cases}3x-y+z=-4\\x+2y-3z=9\\2x-2y+2z=7\end{cases}$;
3. $\begin{cases}3x-y+2z=-5\\2x+2y-3z=1\\x-2y+z=6\end{cases}$.

Тема 12. Аналитическая геометрия на плоскости, кол-во час.1

Решение задач.

1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(2;-3), B(5;1),C(3;-4). Не находя координаты вершины D, найти тангенс угла между диагоналями BD и AC.
2. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(-4;2), B(2;2),C(0;-1). Не находя координаты вершины D, найти длину высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD.
3. Треугольник ABC задан координатами вершинA(-2;-3), B(2;7),C(6;-1). Найти:
   1) уравнения сторон треугольника;
   2) величину угла наклона прямой AB к оси абсцисс, а также величины внутренних углов треугольника;
   3) уравнения высот треугольника и координаты точки P их пересечения;
   4) длину медианы AM треугольника;
   5) уравнение прямой, проходящей через точку P параллельно прямой AC.
4. Составить уравнение линии, каждая точка которой в два раза ближе к точке A (6,3), чем к началу координат.
5. Установить вид линии второго порядка, привести уравнение к каноническому виду и построить эту линию: 1) $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$, 2) $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$.
6. Наименьшее расстояние Земли от Солнца 147,5 млн.км , наибольшее - 152,5 млн. км. Найти большую полуось и эксцентриситет эллиптической орбиты Земли.

Правила дифференцирования

1. $(u \pm v¿' = u' \pm v';$
2. $(u \cdot v)' = u'v + uv';$
3. $(C \cdot u)' = C \cdot u';$
4. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} (v \neq 0).$

Формулы дифференцирования

1. $(x^n)' = nx^{n-1}$
2. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
3. $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$
4. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
5. $(e^x)' = e^x$
6. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$
7. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
8. $(\sin x)' = \cos x$
9. $(\cos x)' = -\sin x$
10. $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
11. $(ctgx)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$
12. $(arcsinx)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
13. $(arccosx)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
14. $(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$
15. $(arctgx)' = \frac{-1}{1+x^2}$
16. $(C)' = 0$

Таблица основных интегралов

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq 1)$
2. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$
3. $\int e^x dx = e^x + C$
4. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a>0;\ a \neq 1)$
5. $\int \sin x dx = -\cos x + C$
6. $\int \cos x dx = \sin x + C$
7. $\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$

8. $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C \quad (a \neq 0)$

9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = arcsinx + C$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C (-a < x < a)$

11. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$

12. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$

13. $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C \qquad (a \neq 0)$

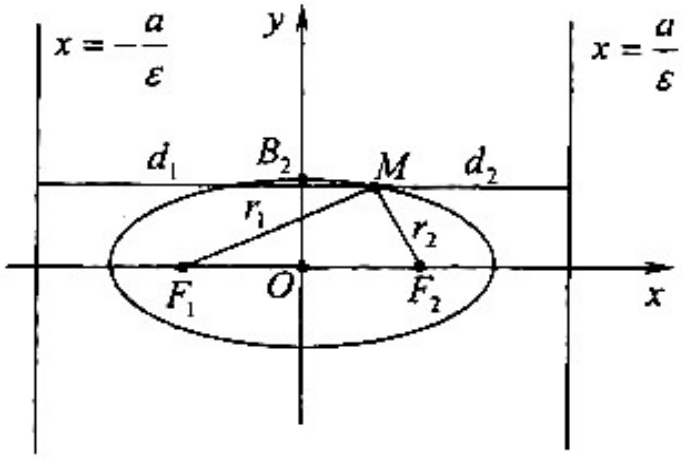
14. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}} = \ln |x + \sqrt{x^2+a}| + C$

Уравнения окружности и сферы

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$$

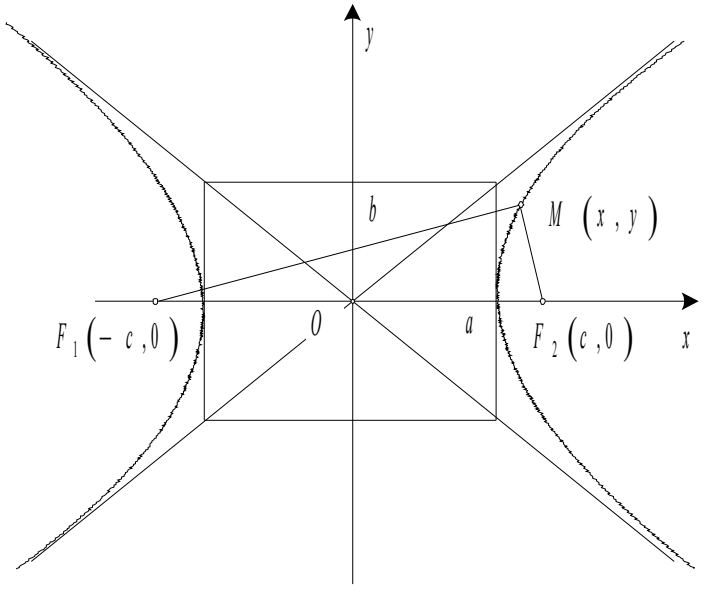
Каноническое уравнение эллипса

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad c^2=a^2-b^2 \qquad e=\frac{c}{a}<1$$



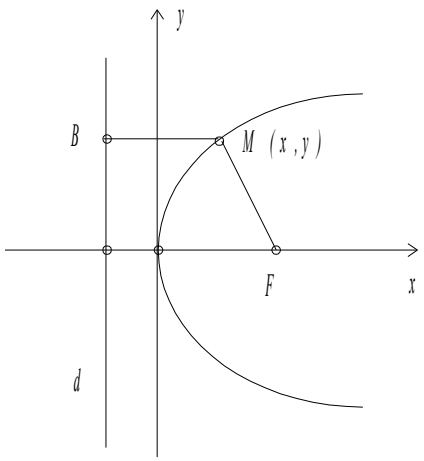
Каноническое уравнение гиперболы

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad c^2=a^2+b^2 \qquad y=\pm\frac{b}{a}x \qquad e=\frac{c}{a}>1$$



Каноническое уравнение параболы

$$y^2 = 2px$$



Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

$$y'' + py' + qy = 0 \ (p,q - const)$$

1. D>0 $k_1 \neq k_2$ $y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x)$

2. D=0 $k_1 = k_2$ $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$

3. D < 0 $k_1 = \alpha + \beta i,\ k_2 = \alpha - \beta i$ $y = C_1 e^{x} \cos \beta x + C_2 e^{x} \sin \beta x$

Ряд Маклорена

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \ldots$$

РядТейлора

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \ldots$$

Действия над комплексными числами в алгебраической форме

$$i^2 = -1$$

1. Сложение (вычитание): $z_1 \pm z_2 = (x_1 \pm x_2) + i(y_1 \pm y_2)$.

2. Умножение: $z_1 \cdot z_2 = (x_1x_2 - y_1y_2) + i(x_1y_2 + x_2y_1)$.

3. Деление: $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{z_1\overline{z_2}}{z_2\overline{z_2}} = \dfrac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i\dfrac{x_2y_1 - x_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} \quad (z_2 \neq 0)$.

Действия над комплексными числами в тригонометрической форме

Пусть даны два комплексных числа $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$, $z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$.

1. Умножение: $z_1z_2 = r_1r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2))$.

2. Деление: $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)) \quad (z_2 \neq 0)$.

3. Возведение в степень. Формула Муавра:

$z^n = (r(\cos\varphi + i\sin\varphi))^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$, где n – целое число.

4. *Извлечение корня n-й степени* $(n > 1,\ n \in Z)$:

$z_k = \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r(\cos\varphi + i\sin\varphi)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\dfrac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\dfrac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$, где $k = 0, 1, 2, ..., n-1$.

Действия над комплексными числами в показательной форме

Пусть $z_1 = r_1 \cdot e^{i\varphi_1}$, $z_2 = r_2 \cdot e^{i\varphi_2}$,

1. Умножение: $z_1 \cdot z_2 = r_1r_2e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$,

2. Деление: $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{r_1}{r_2}e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$

3. Возведение в степень: $z^n = r^ne^{in\varphi}$

4. Извлечение корня: $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}e^{(\frac{\varphi}{n}+\frac{2\pi K}{n})i}$, где *k=0,1,2,3,4,5...,n-1.*

Формула Ньютона–Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

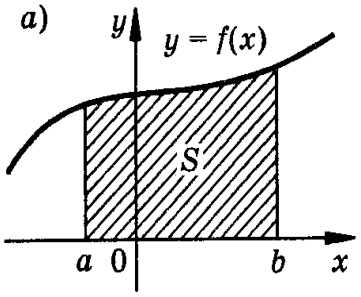
Основные свойства определенного интеграла

1. $$\int_a^b \left(f_1(x) \pm f_2(x)\right)dx = \int_a^b f_1(x)dx \pm \int_a^b f_2(x)dx$$

2. $$\int_a^b c \cdot f(x)dx = c \cdot \int_a^b f(x)dx$$

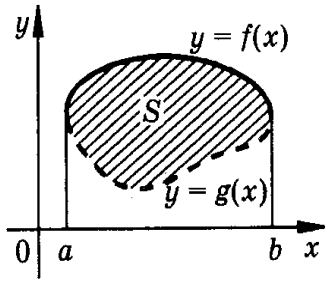
Вычисление площади плоской фигуры

а)



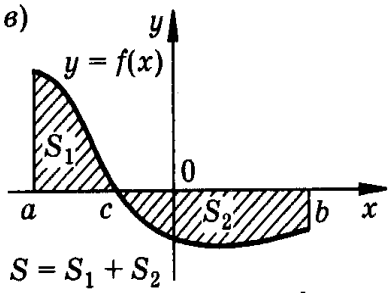
$$S = \int_a^b f(x)dx$$

б)



$$S = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$

в)

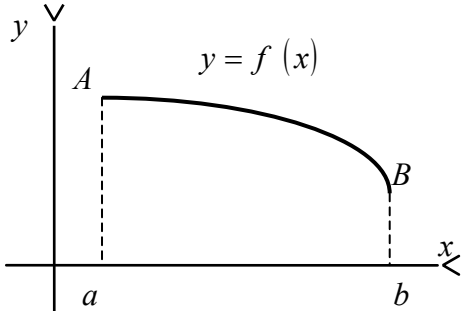


$S = S_1 + S_2$

$$S_1 = \int_a^c f(x)dx; \quad S_2 = -\int_c^b f(x)dx$$

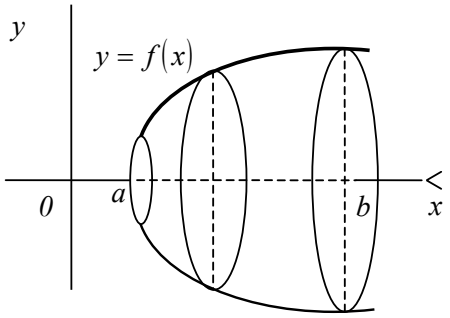
Нахождения длины дуги кривой

$$l_{AB} = \int_a^b \sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2}\,dx \,.$$

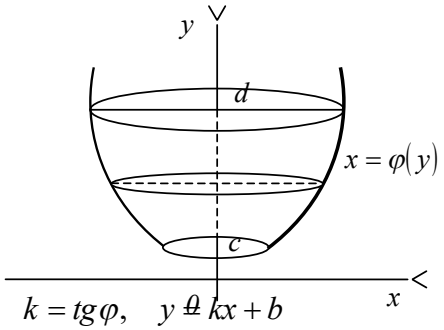


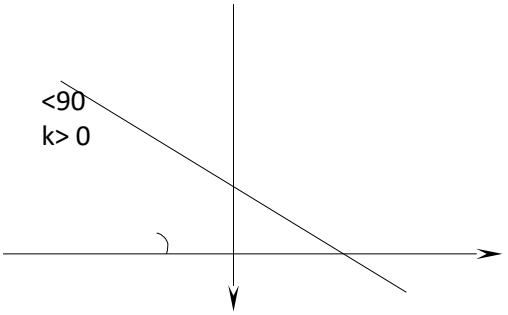
Нахождение объема тел вращения

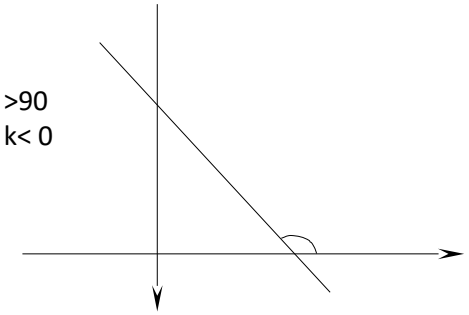
$$V_x = \pi \int_a^b f^2(x)\,dx .$$



$$V_y = \pi \int_c^d \varphi^2(y)\,dy .$$







Уравнение прямой, проходящей через точку $A(x_0; y_0)$ под заданным углом φ

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Уравнение прямой, проходящей через две точки

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

Условие параллельности двух прямых $y=kx+b$ **и** $y=k_1x+b_1$ **имеет вид**

$$k=k_1$$

Условие перпендикулярности двух прямых $y=kx+b$ **и** $y=k_1x+b_1$ **имеет вид**

$$k=-\frac{1}{k_1}$$

3. ОРГАНИЗАЦИЯ КОНТРОЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Результаты самостоятельной работы

Оценки за выполнение заданий выставляются по пятибалльной системе и учитываются как показатели текущей успеваемости обучающихся.

Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений		**Критерии оценки результата**
балл (оценка)	**вербальный аналог**	
5	отлично	Представленные работы высокого качества, уровень выполнения отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, выполнены все предусмотренные программой обучения практические задания.
4	хорошо	Уровень выполнения работы отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения практические задания выполнены, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.
3	удовлетворительно	Уровень выполнения работы отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения практических заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.
2	не удовлетворительно	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения практических заданий не выполнено.

4. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ.

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

№ п/п	Наименование учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы
I	**Основные источники**
1	Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики : учебник : в 2 томах. Том 1 / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2021. — 304 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-906923-05-9. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1235904
2	Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики : учебник : в 2 томах. Том 2 / В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2022. — 368 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-906923-34-9. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1817031
II	**Дополнительные источники (электронные ресурсы):**
1	Высшая математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / М. Б. Хрипунова [и др.] ; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 472 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01497-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/513645
III	**Периодические издания**
	1.Журнал естественнонаучных исследований. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/2013700 2. Журнал педагогических исследований. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/2033640 3. Стандарты и мониторинг в образовании, - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 64 с. ISBN. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/548890 4. Профильная школа. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1002269
IV	**Программное обеспечение и Интернет-ресурсы**
1	http://gouspo.ru/?page_id=7
2	http://www.pm298.ru/algeb.php.
3	https://www.krugosvet.ru/enc/matematika/matematicheskiy-analiz